第９講　熱力学

1 （解答用紙３）

図１のように，断面積 S のシリンダーが水平な床に固定されている。シリンダー内にはなめらかに動くピストンが２つあり，それらは必要に応じてストッパーで止めることができる。左側のピストン１には，ばね定数 k のばねがつけられ，ばねの他端は壁に固定されている。また，小さな弁のついた右側のピストン２により，シリンダー内は領域 A，B に仕切られている。A，B 内には，それぞれヒーター１，２が封入されている。最初，ばねは自然の長さにあり，ピストン１は静止していた。領域 A の長さは L で，温度 T_0 の単原子分子理想気体が封入されている。一方, 長さ L の領域 B 内は真空であり, ピストン２はストッパーにより固定され，弁は閉じられている。シリンダーの外側の気体の圧力は，P_0 で一定に保たれている。シリンダー，ピストン，弁はすべて断熱材で作られ，また，ヒーターとストッパー，弁の部分の体積は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。最初，ヒーター１，２は作動していない。

Ⅰ　図１の状態から，ヒーター１により A 内の気体をゆっくりと加熱すると，図２のようにピストン１は $\dfrac{L}{2}$ だけ左側に移動してちょうどその位置で止まった。このときの A 内の気体の圧力は P_1，温度は T_1 であった。

(1)　P_1，T_1 を P_0，S，k，L，T_0 のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　この過程における A 内の気体の内部エネルギーの変化を，P_0, S, k, L を用いて表せ。

(3)　この過程でヒーター１が気体に与えた熱量 Q_0 を，P_0，S，k，L を用いて表せ。

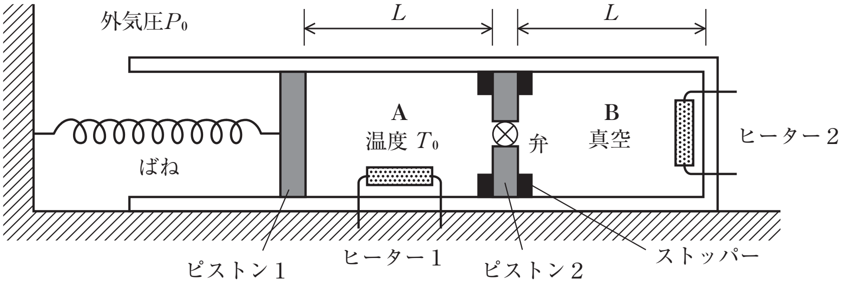


図１

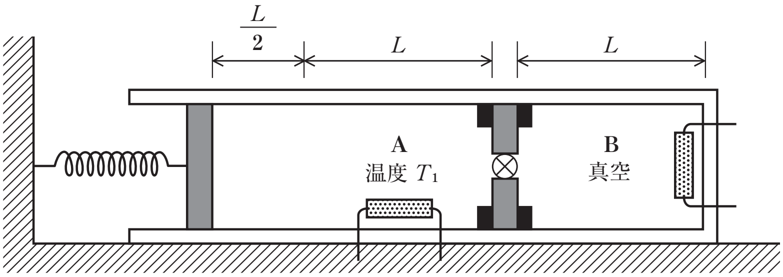


図２

＜ Note ＞

Ⅱ　図２の状態から，A 内のヒーター１を取りはずし，ストッパーでピストン１が右側に動かないようにした。その後，ピストン２の弁を開いたところ，十分に時間が経過した後の A，B 内の気体の温度と圧力は等しくなった(図 3)。この状態を X とする。X における気体の温度 T_2 を，T_1 を用いて表せ。また，X における気体の圧力 P_2 を，P_1 を用いて表せ。

Ⅲ　状態 X から，A，B 内の気体をヒーター２でゆっくりと加熱したところ，ピストン１がストッパーから離れて左側に動き始めた。状態 X からピストン１が動き始めるまでに，ヒーター２が気体に与えた熱量 Q_1 を，P_1，S，L を用いて表せ。

Ⅳ　状態 X から，ピストン２のストッパーによる固定をはずし，弁を閉めた。その後，B 内の気体をヒーター２でゆっくりと加熱したところピストン２は左側に移動し，図４のように領域 A の長さが L_A となったところでピストン１がストッパーから離れて左側に動き始めた。

(1)　状態 X からピストン１が動き始めるまでの過程における A，B 内の気体の内部エネルギーの変化を，それぞれ ΔU_A，ΔU_B とする。$\Delta U_A + \Delta U_B$ を，P_1，S，L，L_A のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　この過程で，ヒーター２が B 内の気体に与えた熱量を Q_2 とする。このとき，Q_2 と設問Ⅲの Q_1 との関係を記せ。

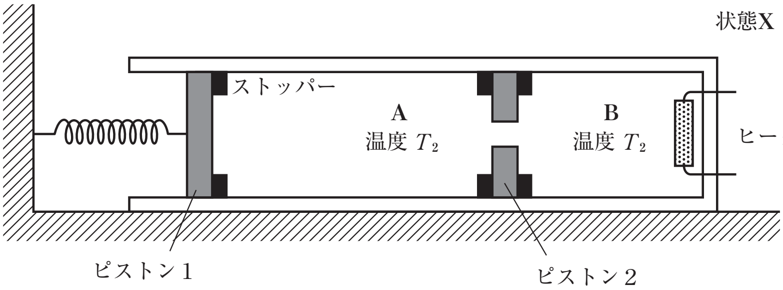


図３

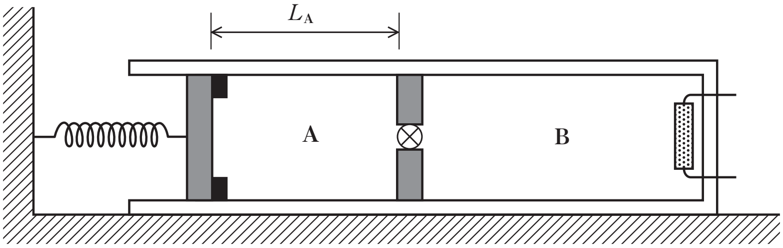


図４

＜ Note ＞

2 （解答用紙３）

図１のように下端の開口部から水が自由に出入りできる筒状容器の上部に質量の無視できる単原子分子の理想気体１モル，下部には水が満たされている。容器の質量は m，底面積は S であり，その厚さは無視できる。容器は傾かずに鉛直方向にのみ変位する。容器外の水面における気圧を P とする。水の密度 ρ は一様であるとし，気体定数を R，重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。ただし，物体の受ける浮力の大きさは，排除した水の体積 V を用いて ρVg と表され，深さ h での水圧は $P+\rho gh$ で与えられる。

Ⅰ　図１のように容器の上部が水面から浮き出ている場合を考える。

⑴　容器が静止しているとき，容器内の水位と外部の水位の差 d（図１)を求めよ。

⑵　設問Ⅰ⑴の状態から容器をひき上げて水位が容器の内と外で同じになるようにした。このとき気体の体積はもとの体積の r 倍であった。r を ρ，d，g，P を用いて表せ。ただし，気体の温度変化はないものとする。

Ⅱ　図１の状態において気体の温度は T であった。これを加熱したところ，容器は水面に浮いたままゆっくりと上昇し，気体の体積は $\dfrac{6}{5}$ 倍になった。

⑴　この過程において気体がした仕事 W を R，T を用いて表せ。

⑵　この過程において気体が吸収した熱量 Q を R，T を用いて表せ。

Ⅲ　図２のように容器全体が水中にある場合を考える。

⑴　容器に働く合力が０となるつり合いの位置の深さ h（図２)を求めよ。
ただし，気体の温度を T とし，$\dfrac{\rho RT}{mP}$ は１より大きいとする。

⑵　設問Ⅲ⑴のつり合いの位置に容器を固定したまま水面を加圧して P の値を大きくし，その後容器の固定をはずした。加圧前と比べてつり合いの位置はどうなるか。また固定をはずしたあとの容器の動きはどうなるか。以下から最も適当なものを選べ。

ア．つり合いの位置は深くなる。容器は上昇する。

イ．つり合いの位置は深くなる。容器は下降する。

ウ．つり合いの位置は浅くなる。容器は上昇する。

エ．つり合いの位置は浅くなる。容器は下降する。

オ．つり合いの位置は変わらない。容器は動かない。

＜ Note ＞

Ⅳ　図３のように筒状容器全体が水中にあり，容器内の気体と水が水平な仕切りで隔てられている場合を考える。気体に熱の出入りはない。仕切りは上下に滑らかに動くことができ，その体積と質量は無視できる。以下の過程では気体の圧力と体積は「(圧力)×(体積)$^{\frac{5}{3}}$＝一定」という関係式を満たす。

⑴　はじめに，気体の体積は V_1，温度は T_1 であった。容器に外力を加えてゆっくりと沈め，気体の体積を V_2 にした。この過程における気体の内部エネルギーの変化 ΔU を R，T_1，V_1，V_2 を用いて表せ。

⑵　設問Ⅳ⑴の過程において容器に加えた外力のする仕事を W' とすると，一般に W' と ΔU は一致しない。差 $W'-\Delta U$ に含まれる仕事やエネルギーとしてはどのようなものがあるか挙げよ。(60 字以内)

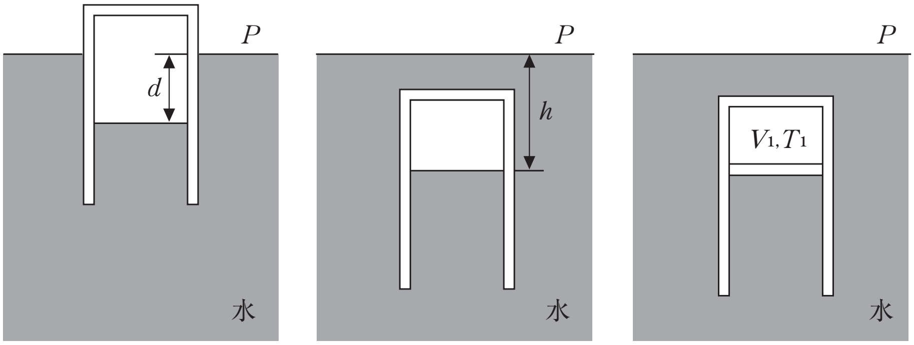


図１　　図２　　図３

＜ Note ＞

第９講　確認テスト

（解答用紙３）

図１のように，二つの容器１，２のそれぞれに１モルの気体１，２を入れ．水平な床に固定する。これらの気体はともに理想気体とする。二つの容器は摩擦なしに水平に動くことのできるピストンＡでつながれている。ピストンＡの容器１内の底面積は S_0 であり，容器２内の底面積は $2S_0$ である。容器２にはさらに，上下に動くことのできるピストンＢがついており，その上に質量 m のおもりがのせてある。ピストンＢの底面積は S であり，その質量は無視できる。容器１には体積の無視できるヒーターが取り付けられている。ピストンＡ，Ｂと容器は熱を通さない。気体は容器の外にもれず，容器の外は真空である。気体定数を R，重力加速度を g とする。

Ⅰ　ピストンＢが動かないように固定されている場合を考える。

⑴　ピストンＡが静止している状態において，気体１の圧力 P_1 と気体２の圧力 P_2 の間に成り立つ関係式を書け。

⑵　はじめ気体１の方が気体２より温度が低く，気体１の体積が V_1，気体２の体積が V_2 であった。ヒーターで気体１を加熱して気体１，２を等しい温度にした。このときの気体２の体積 V_2' を，V_1，V_2 を用いて表せ。

Ⅱ　ピストンＢが摩擦なく動くことができる場合を考える。ピストンＡ，Ｂが静止している状態において，気体１の温度が T であるとき，気体１の体積 V_1' を，S，T，R，m，g を用いて表せ。

Ⅲ　問Ⅱの状態から気体１をヒーターで加熱したところ，気体１の温度は T' になり，気体２の温度は変わらなかった。また，ピストンＡは右に距離 x だけゆっくりと移動し，ピストンＢは h だけ上昇した。

⑴　移動距離 x を，S_0，S，h を用いて表せ。

⑵　温度 T' を，T，R，m，g，h を用いて表せ。

⑶　気体１は単原子理想気体として，ヒーターから加えられた熱量 Q を m，g，h を用いて表せ。

＜ Note ＞

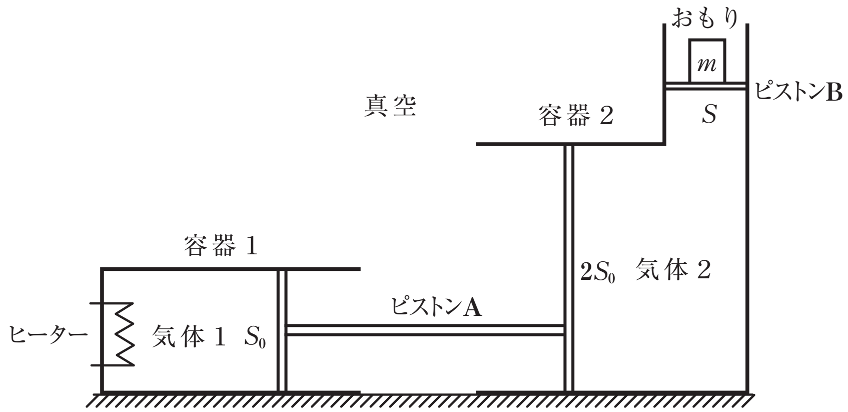


図１

＜ Note ＞

第９講　解答

1

Ⅰ　(1)　$P_1=P_0+\dfrac{kL}{2S}$，$T_1=\dfrac{3}{2}\left(1+\dfrac{kL}{2P_0S}\right)T_0$

(2)　$\dfrac{3}{4}P_0SL+\dfrac{9}{8}kL^2$

(3)　$\dfrac{5}{4}\left(P_0SL+kL^2\right)$

Ⅱ　$T_2=T_1$，$P_2=\dfrac{3}{5}P_1$

Ⅲ　$\dfrac{3}{2}P_1SL$

Ⅳ　(1)　$\dfrac{3}{2}P_1SL$　　(2)　$Q_2=Q_1$

2

Ⅰ　(1)　$\dfrac{m}{\rho S}$　　(2)　$1+\dfrac{\rho gd}{P}$

Ⅱ　(1)　$\dfrac{1}{5}RT$　　(2)　$\dfrac{1}{2}RT$

Ⅲ　(1)　$\dfrac{P}{\rho g}\left(\dfrac{\rho RT}{mP}-1\right)$　　(2)　エ

Ⅳ　(1)　$\dfrac{3}{2}RT_1\left\{\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right\}$

(2)　重力による位置エネルギーの変化，容器上面が水に対してする仕事，および仕切りが水に対してする仕事が含まれている。

第９講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$P_1=2P_2$　　(2)　$V_1+\dfrac{1}{2}V_2$

Ⅱ　$\dfrac{SRT}{2mg}$

Ⅲ　(1)　$\dfrac{Sh}{2S_0}$　　(2)　$T+\dfrac{mgh}{R}$　　(3)　$\dfrac{5}{2}mgh$

【解説】

Ⅰ

(1)　ピストン A にかかる力のつりあいから，

$$P_1S_0=P_2\cdot 2S_0 \qquad \therefore \quad \underline{P_1=2P_2} \quad \cdots ①$$

(2)　変化後の状態方程式は，圧力が各々 P_1'，P_2' になったとして，

$$\begin{cases} 気体 1：P_1'(V_1+\Delta V)=RT_1 & \cdots ② \\ 気体 2：P_2'(V_1-2\Delta V)=RT_1 & \cdots ③ \end{cases}$$

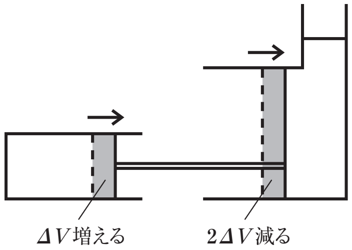
（気体 1 が ΔV ふえると，気体 2 の体積は $2\Delta V$ へることに注意！）

となり，①の関係は，ピストンが静止している時にはいつも成立するので，②÷③より，

$$\underbrace{\frac{P_2'}{P_1'}}_{①より\ 2}\cdot\frac{V_1+\Delta V}{V_1-2\Delta V}=1 \qquad \therefore \quad \Delta V=\frac{1}{4}(V_2-2V_1)$$

よって，

$$V_2'=V_2-2\Delta V=\underline{V_1+\frac{1}{2}V_2}$$



Ⅱ

まず，ピストン B にかかる力のつりあいから，気体 2 の圧力 P_2 は，常に

$$P_2\cdot S=mg \qquad \therefore \quad P_2=\frac{mg}{S} \quad \cdots ④$$

となり，①とあわせて，

$$P_1=\frac{2mg}{S}\ (一定) \quad \cdots ⑤$$

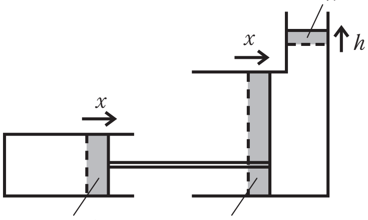
となることに注意 !!

気体 1 の状態方程式から，

$$P_1V_1'=RT \qquad \therefore \quad V_1'=\frac{RT}{P_1}\overset{⑤}{=}\underline{\frac{SRT}{2mg}} \quad \cdots ⑥$$

Ⅲ

変化前後の気体１，２の状態方程式は，



気体１ $\begin{cases} 前：P_1V_1' = RT & \cdots⑦ \\ 後：P_1(V_1' + \Delta V') = RT' & \cdots⑧ \end{cases}$

気体２ $\begin{cases} 前：P_2V_2' = RT'' & \cdots⑨ \\ 後：P_2(V_2' - 2\Delta V' + Sh) = RT'' & \cdots⑩ \end{cases}$

(1)　⑨－⑩より，

$-2\Delta V' + Sh = 0$　　$\Delta V' = S_0x$ ゆえ　$\underline{x = \dfrac{Sh}{2S_0}}$　…⑪

〔別解〕
気体２は，圧力 P_2＝(一定)で，温度も不変だったので，体積も不変である！
よって，気体２について，体積変化が０なので，

$-2S_0x + Sh = 0$　　∴　$\underline{x = \dfrac{Sh}{2S_0}}$

(2)　⑧－⑦より，

$P_1 \cdot S_0 x = R(T' - T)$

⑤，⑪を代入して，

$\dfrac{2mg}{S} \cdot S_0 \cdot \dfrac{Sh}{2S_0} = R(T' - T)$　　∴　$\underline{T' = T + \dfrac{mgh}{R}}$　…⑫

(3)　気体１がした仕事は，

$W_1 = P_1 \cdot \Delta V = \dfrac{2mg}{S} \cdot S_0 \cdot \dfrac{Sh}{2S_0} = mgh$

内部エネルギー変化は，

$\Delta U_1 = \dfrac{3}{2} R(T' - T) = \dfrac{3}{2} mgh$

よって，熱力学第１法則より，

$Q = \Delta U_1 + W_1 = \underline{\dfrac{5}{2} mgh}$